



# **Uncertainty of flow measurements – examples**

**Workshop: Uncertainty of flow measurements - examples**

## Principle considerations

### flow meter

#### sources of measurement uncertainties

- Repeatability
- Auflösung
- dynamische Eigenschaften wie Zeitkonstante
- etc



### test rig

#### sources of measurement uncertainties

- influence of measurement principles (start-stop, dynamic, balance, container)
- temperature
- pressure
- viscosity
- density
- absolute humidity
- etc.

expanded uncertainty of the meter to be calibrated

$$U = k \sqrt{u_z^2 + u_A^2}$$

## What do you mean by flow rate $Q$ ?

volume flow rate  $Q_V$

$$Q_V = \frac{dV}{d\tau} = \dot{V}$$

mass flow rate  $Q_m$

$$Q_m = \frac{dm}{d\tau} = \dot{m}$$

$\tau$ ... time

In most cases we ask for the volume  $V$  resp. the mass  $m$



## „flow rate measurements“

- it is difficult to keep the flow rate constant
- dynamic flow rate measurement: integral of the actual value of flow rate over time → result: mean flow rate
- In the following we investigate the dynamic flow measurement: we measure the volume  $V$  or the mass  $m$  and define the flow rate as volume divided by time

Example 1:

**Measurement of gas flow**

## Example 1: model equation

Basis: ideal gas equation:

$$pV = \nu R_G T$$

$$V = \frac{\nu R_G T}{p} = V(\nu, R_G, T, p)$$

= model equation

input quantities:

- mol number  $\nu$ ,
- gas constant  $R_G$ ,
- temperature  $T$
- pressure  $p$

reference to standard condition: index N, operational conditions: index B:

$$V_N = V_B \frac{T_N p_B}{T_B p_N} = V(T_N, T_B, p_N, p_B)$$



## Example 1: Combined variance

Simplification:  $R_G = \text{natural constant} \dots u^2(R_G) \approx 0 \Rightarrow$

$$u_c^2 = \left( \frac{\partial V_N}{\partial V_B} \right)^2 u^2(V_B) + \left( \frac{\partial V_N}{\partial T_N} \right)^2 u^2(T_N) + \left( \frac{\partial V_N}{\partial T_B} \right)^2 u^2(T_B) + \\ + \left( \frac{\partial V_N}{\partial p_N} \right)^2 u^2(p_N) + \left( \frac{\partial V_N}{\partial p_B} \right)^2 u^2(p_B)$$

calculation of sensitivity coefficients: 1  $\Rightarrow$

$$\frac{u_c^2}{V_N^2} = \frac{u^2(V_B)}{V_B^2} + \frac{u^2(T_N)}{T_N^2} + \frac{u^2(T_B)}{T_B^2} + \frac{u^2(p_N)}{p_N^2} + \frac{u^2(p_B)}{p_B^2}$$

## Example 1: real gas factor, conditional number

in reality: consideration of real gas factors  $\Rightarrow \mathbf{z}$

$$pV = \nu R_G T z$$

$$V_N = V_B \frac{T_N p_B z_N}{T_B p_N z_B} = V(T_N, T_B, p_N, p_B, z_N, z_B) = V_B \mathbf{z}$$

$\mathbf{z}$  = conditional number

$$\frac{u_c^2}{V_N^2} = \frac{u^2(V_B)}{V_B^2} + \frac{u^2(T_N)}{T_N^2} + \frac{u^2(T_B)^2}{T_B^2} + \frac{u^2(p_N)}{p_N^2} + \frac{u^2(p_B)}{p_B^2} + \frac{u^2(z_N)}{z_N^2} + \frac{u^2(z_B)}{z_B^2}$$

X
X
X





## Example 1 – practical procedure

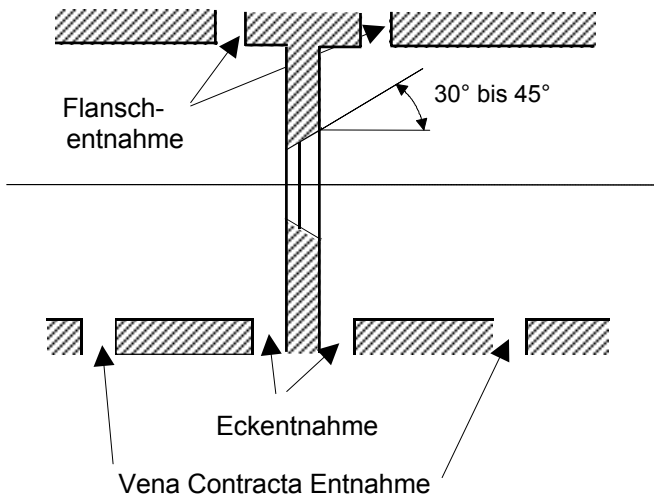
$T_i$ ,  $p_i$  and  $z_i$  known quantities

$u(T_i)$ ,  $u(p_i)$  und  $u(z_i)$  .. assessment by the known measurement process

Example 2:

**Mass flow measurement with an  
orifice plate**

## example 2: flow measurement with an orifice plate



quantity: pressure difference  $\Delta p \rightarrow$

$$Q_m = \dot{m} = A \sqrt{2 \Delta p \rho} \quad \text{model equation}$$

$A$  ... flow area (in example fix)

$\rho$  ... density

$u(A) \approx 0 \rightarrow$  combined variance:

$$u_c^2 = \left( \frac{\partial Q_m}{\partial \Delta p} \right)^2 u^2(\Delta p) + \left( \frac{\partial Q_m}{\partial \rho} \right)^2 u^2(\rho)$$

density  $\rho = f(t)$ :  $\rightarrow$  approach:  $\rho = \rho_0 \left[ 1 + \alpha (t - t_0) + \beta (t - t_0)^2 \right]$

$t$  ... temperature and

$t_0$  ... reference temperature

**example 2: of what order is  $u(\Delta p)$ ?**

$$u^2(\rho) = \left( \frac{\partial \rho}{\partial t} \right)^2 u^2(t)$$

Because:  $\rho/\rho_0 \approx 1 \rightarrow$

$$\frac{u_c^2}{Q_m^2} \approx \frac{1}{4} \left[ \frac{u^2(\Delta p)}{(\Delta p)^2} + \alpha^2 u^2(t) \right]$$

**Numerical example:** water as a flow carrier  $\rightarrow$

$$\rho = \rho_0 (1 + \alpha t + \beta t^2) \approx 1000 (1 - 1,431 \cdot 10^{-4} t - 2,89 \cdot 10^{-6} t^2)$$

maximum permissible errors:  $\pm 1 \%$   $\rightarrow$

**Question:** of what order is  $u(\Delta p)$  maximally ?

Answer:  $\alpha$  and  $u(t)$  is very small ( $\Delta t < 0,1$  K)  $\rightarrow$  maximum uncertainty is 0,5 % ( $u_c$  !) depends only from  $u(\Delta p)/\Delta p \approx 1 \%$

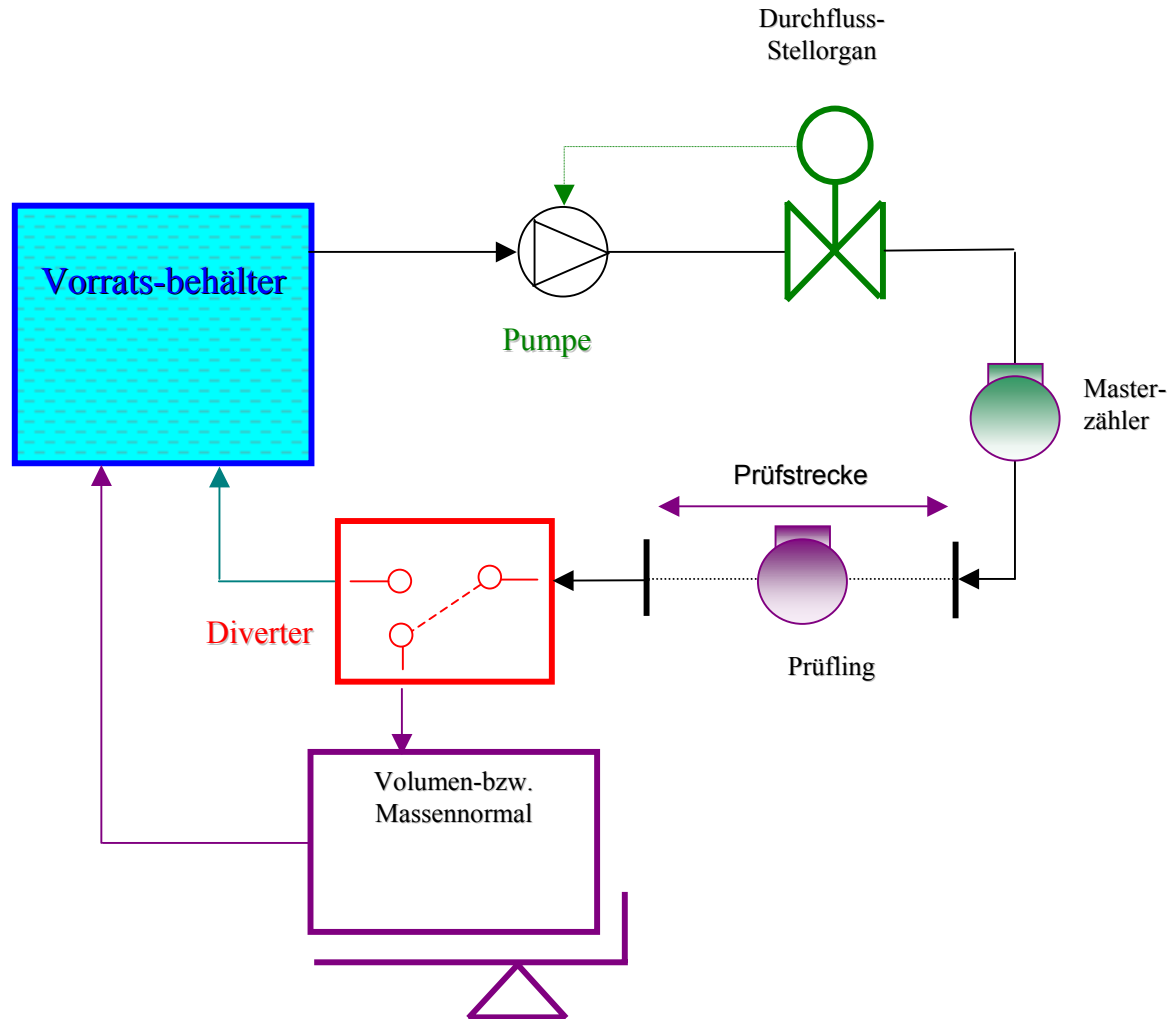
## Example 3:

# Calibration of a water meter at a test rig for hot water

## View of a modern test rig for calibration of water meters



# Working scheme



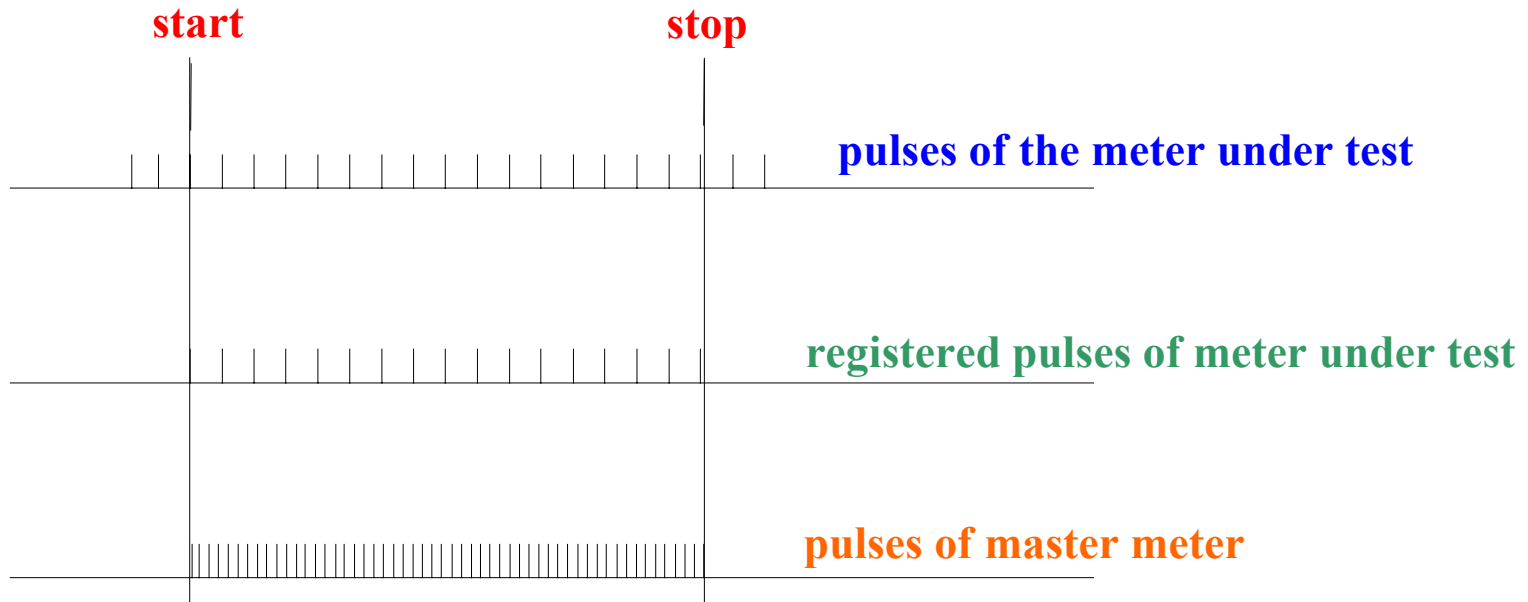


## **Calibrations of water meters and flow sensors of heat meters**

- start-stop mode (exception)
- **dynamic mode**: meter under test is compared by a master meter. Master meter is calibrated at each measurement point by a balance  
**simultaneous calibrations of several meters under test is possible**
- comparison by master meter if weighing is not possible (pressurized mode)



# control in dynamic mode





## Characteristic values

### flow range

$$6 \text{ L/h} \leq Q \leq 180.000 \text{ L/h}$$

### generation of flow by:

- pump fed by containers
- upper level containers (1,7 bar)

### range of pressure:

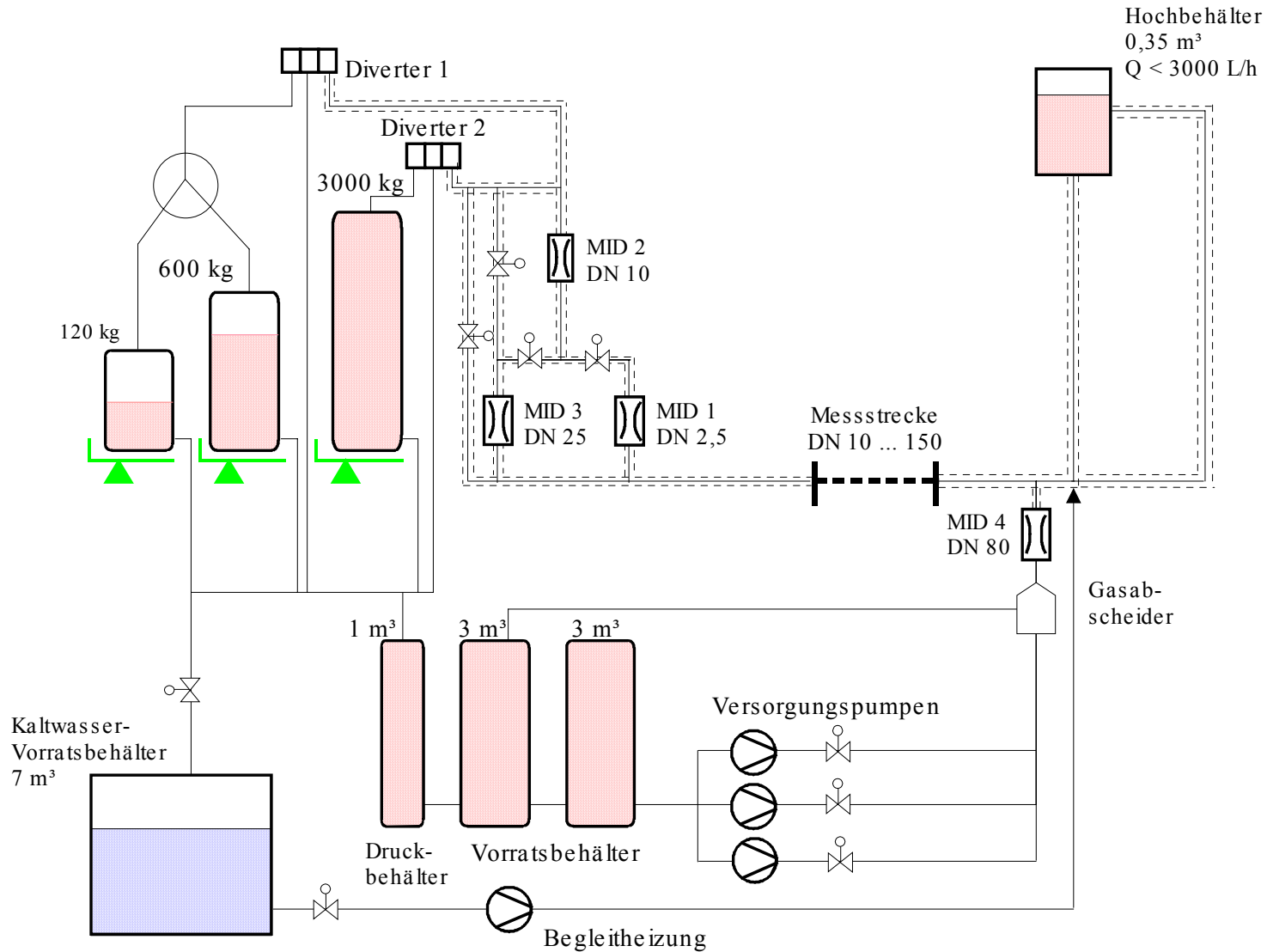
5 bar

### range of temperature:

- cold water:  $2,5 \text{ °C} \leq t \leq 30 \text{ °C}$
- warm water:  $30 \text{ °C} \leq t \leq 95 \text{ °C}$
- hot water: (pressurized mode)  $t \leq 130 \text{ °C}$



# Genauerer Schema des Prüfstandes





## systematic errors

### Sources:

- bouyancy, density
- evaporation
- systematic error of master meter
- diverter

**systematic errors – bouyancy and density - 1**

Wanted: real volume

one measures: weighing value

wanted: mass of water through the meter under test

weighing value → mass =

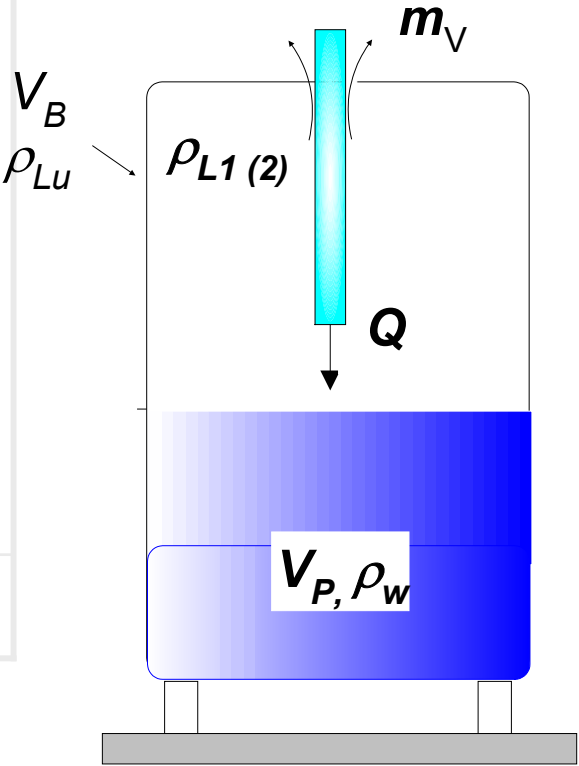
f(air desity, humidity, density of water, evaporation):

$$m_N = \frac{(1 - \frac{f_2}{\rho_w}) \Delta W (1 - \frac{\rho_{Lu}}{\rho_N}) - V_0 (\rho_{L2} - \rho_{L1})}{(1 - \frac{\rho_{L2}}{\rho_w})} - V_B (f_2 - f_1) + m_V$$

$$m_N \rightarrow V_N = m_N / \rho$$

# systematic errors – bouyancy and density - 2

$m_V$	...	evaporation flow
$f_1$	...	absolute humidity in container before calibration
$f_2$	...	same, after
$\rho_w$	...	density of water used
$\rho_{Lu}$	...	density of air sourrounding the container
$\rho_{L1}$	...	density of air in the container before calibration
$\rho_{L2}$	...	same, after calibration
$\rho_N$	...	density of weights = 8000 kg/m <sup>3</sup>
$V_B$	...	container volume



evaporation flow:

$$m_V = \int_0^{\tau_P} f(\tau) \frac{dV_L}{d\tau} d\tau = \int_0^{\tau_P} f(\tau) Q d\tau$$



## assessment of measurement uncertainty

In principle: GUM

- systematic errors are considered as they are known
- rest: looking for contributions to measurement uncertainty

Procedure:

- Physically caused influence sources →  
type B, mostly rectangular oder similar
- repeatability measurments whenever possible → type A
- stabilities → rectangular, trapezoid ....



## Quellen der Messunsicherheit – Übersicht 1

- 💣 **Auflösung des Prüflings** → Impulswertigkeit
- 💣 **Auflösung des Masterzählers** → Impulswertigkeit
- 💣 **Waage (n)** → Varianz aus Messabweichungen plus Lang- und Kurzzeitstabilität
- 💣 **Volumenermittlung durch Wägung:** Berücksichtigung der Dichte des Wassers als  $f(t)$  → MU der Temperaturmessung
- 💣 **Temperatuänderung im Rohrleitungssystem:** Temperaturunterschied bedingt Volumenunterschied





## Quellen der Messunsicherheit – Übersicht 2

- 💣 **Luft:** verschiedene mögliche Einflüsse wie gelöste Luft wird als Messvolumen interpretiert, Luft ist kompressibel etc.
- 💣 **Diverter (Umschaltung):** Optimierung des Umschaltvorganges → Restabweichung
- 💣 **Feuchtigkeitsmessung** → MU der Feuchtesensoren
- 💣 **Masterzähler:** Temperatureinfluss, Kurzzeitstabilität
- 💣 **Durchflussschwankungen:** Nichtlinearer Einfluss auf Fehlerkurve
- 💣 **Start-Stopp-Betrieb:** An- und Abschaltvorgang → prinzipiell systematischer Einfluss → Berücksichtigung nur der Schwankungen

# Modellgleichung

Normal-  
volumen

Anzeige  
Zähler

Waage

Dichte,  
Auftrieb

Abkühlung  
Rohrstrecke

Luft

Diverter

$$V_N = \frac{m_N}{\rho} + \delta V_A + \delta V_W + \delta V_{D,A} + \delta V_{Abk} + \delta V_L + \delta V_U +$$

$$+ \delta V_{Master} + \delta V_F + \delta V_{dyn} + \delta V_{SS} + \dots$$

Masterzähler

Feuchte-  
einfluss

Q-Schwankung

Start-Stopp  
Betrieb

# Auflösung des Prüflings und des Masterzählers

Anzeige des Prüflings- (Master-)zählers  $V_N$  ( $V_M$ )  
 → Auflösung des Volumens  $\delta V_N$ :

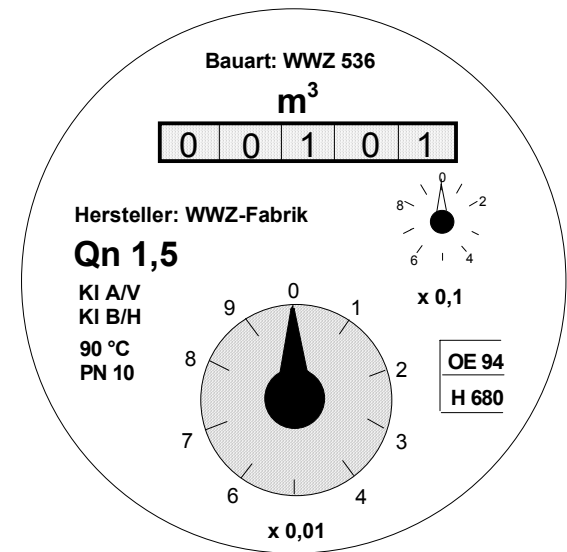
$$\left( V_N \pm \frac{\delta V_N}{2} \right)$$

$\delta V_p$  ist Teilungswert oder Impuls:  $a_p = \delta V_N / V_N$

Varianzbeitrag: 
$$u_A^2 = \frac{1}{3} \left( \frac{\delta V_N}{2 V_N} \right)^2 = \frac{\delta V_N^2}{12 V_N^2}$$

Reedkontakt: Schaltunsicherheit  $\approx 1/10$  des Skalenteilungswertes:  $\delta V_{RK}/10$ :

$$u_{A,RK}^2 = \frac{1}{3} \left( \frac{\delta V_{RK}}{20 V_N} \right)^2 = \frac{\delta V_{RK}^2}{1200 V_N^2}$$



# Waagen

Prinzipiell: Messabweichungen sind systematischer Natur.  
 „Fehlerkurve“ der Waagen wird durch Polynom genähert

Für MU wichtig:

🌿 **Wiederholbarkeit** der Kalibrierungen:

Waage 1	$u_W$	$u^{*2}_W$	Waage 2	$u_W$	$u^{*2}_W$	Waage 3	$u_W$	$u^{*2}_W$
Last in kg	in g	-	Last in kg	in g	-	Last in kg	in g	-
10	0,1	$1,76 \cdot 10^{-10}$	100	1,6	$4,49 \cdot 10^{-10}$	1000	28,9	$1,46 \cdot 10^{-9}$
30	0,5	$4,88 \cdot 10^{-10}$	200	2,7	$3,20 \cdot 10^{-10}$	2000	57,7	$1,46 \cdot 10^{-9}$
50	0,5	$1,76 \cdot 10^{-10}$	500	8	$4,49 \cdot 10^{-10}$	2900	57,5	$6,9 \cdot 10^{-10}$
100	0,1	$1,76 \cdot 10^{-12}$						

🌿 **Langzeitstabilität:** Verändert sich Messwert  $x$  in Zeit  $\Delta t$  um  $\Delta x$ , dann gilt für Erwartungswert und Varianz:

$$\mu = \int_0^{t_1} k x x dx = \dots = \frac{2}{3} x_1$$

$$\sigma^2 = \int_0^{t_1} k x x^2 dx - \frac{4}{9} x_1^2 = \dots = \frac{1}{18} x_1^2$$

## Umrechnung Masse in Volumen

Wagenbreth-Blanke-Formel für  $\rho(t)$  verwenden

### Beiträge zur Messunsicherheit

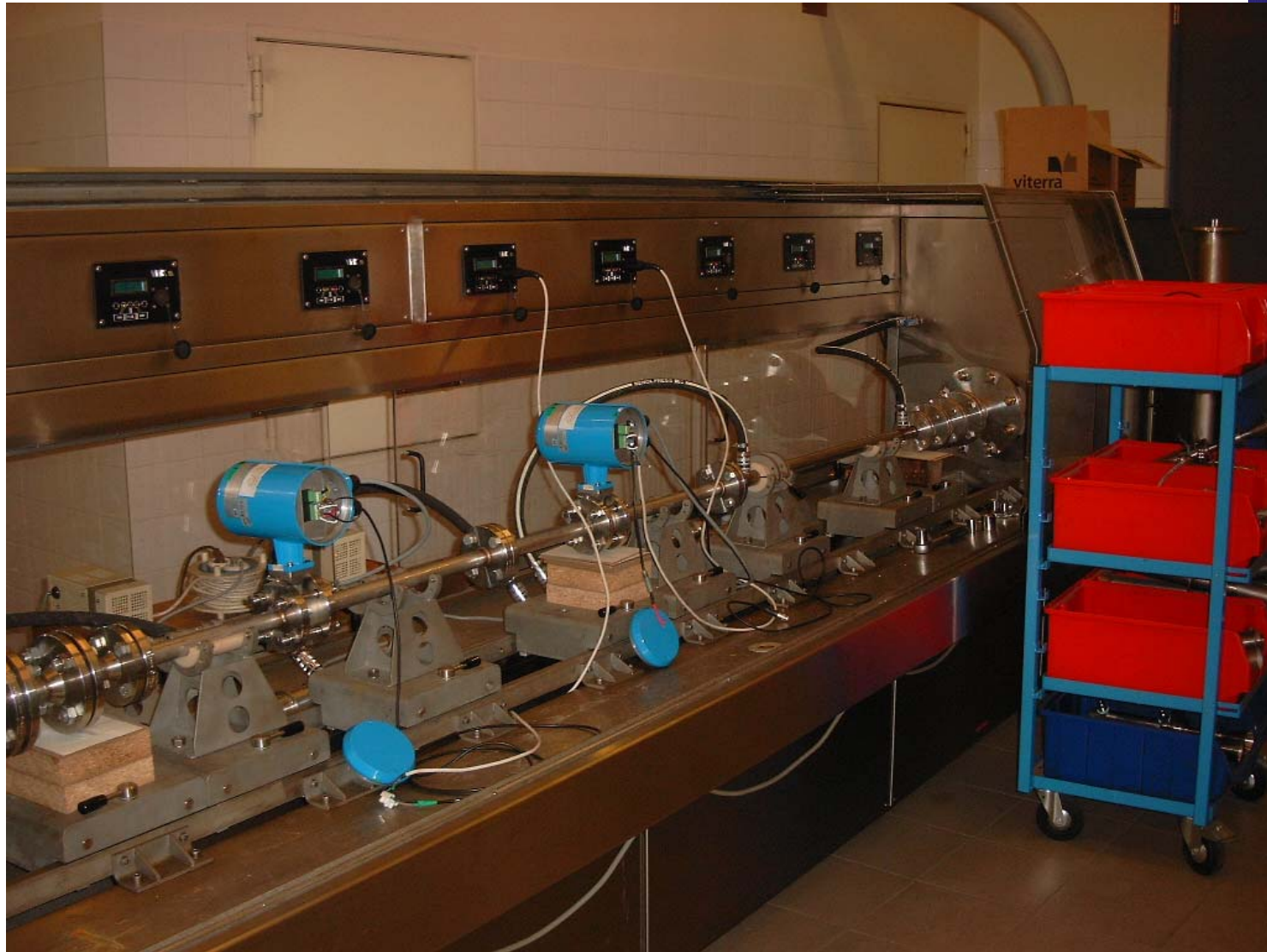
- ☀ Einfluss der Temperaturmessung auf die Dichte →

$$u_{D,A1}^2 = \left( \frac{\partial V(t)}{\partial t} \right)^2 u_t^2$$

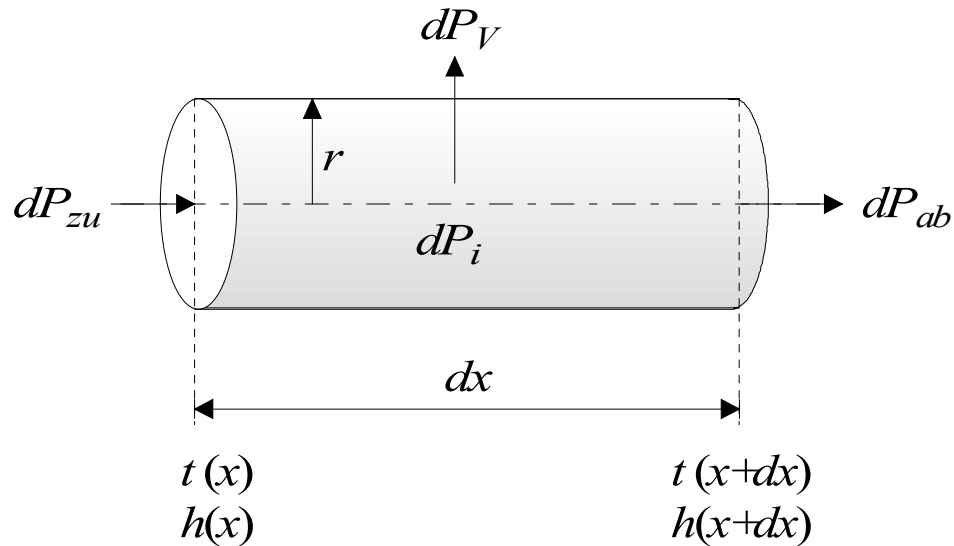
- ☀ Tatsächlicher Wert der Dichte bei def. Temperatur  $\delta\rho \approx 5 \cdot 10^{-5}$  →

$$u_{DA,2}^2 = 8,3 \cdot 10^{-10}$$

## Ansicht der Prüfstrecke - Abkühlproblem



# Abkühlung des Rohrleitungssystems - 1

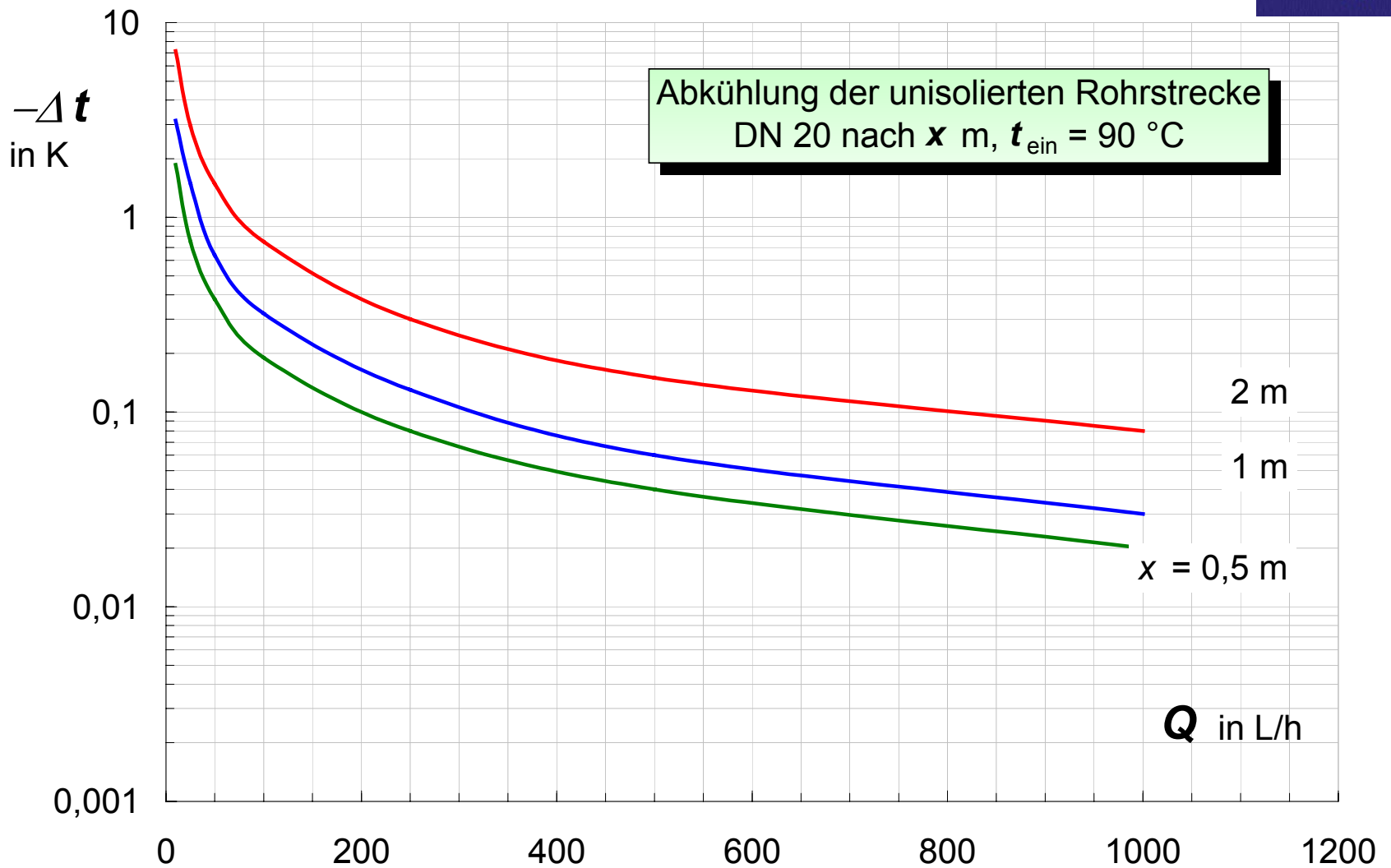


- Abkühlung** der Rohrstrecke abhängig von
- Durchfluss:  $dV/d\tau$
  - Abstand vom Eingang:  $x$
  - Wärmedurchgangskoeffizient  $k$
  - Dichte  $\rho$  und spez. Wärme  $c_p$  des Wärmeträgers

Temperaturdifferenz Wärmeträger-Umgebung  $\Theta(x)$   
 maximale Temperaturdifferenz am Eingang der Prüfstrecke  $\Theta_e(x)$

**Ergebnis:**  $\frac{\Theta}{\Theta_e} = e^{-\frac{C_1}{\dot{V}}x}$  mit  $C_1 = \frac{2\pi r k}{c_p \rho}$

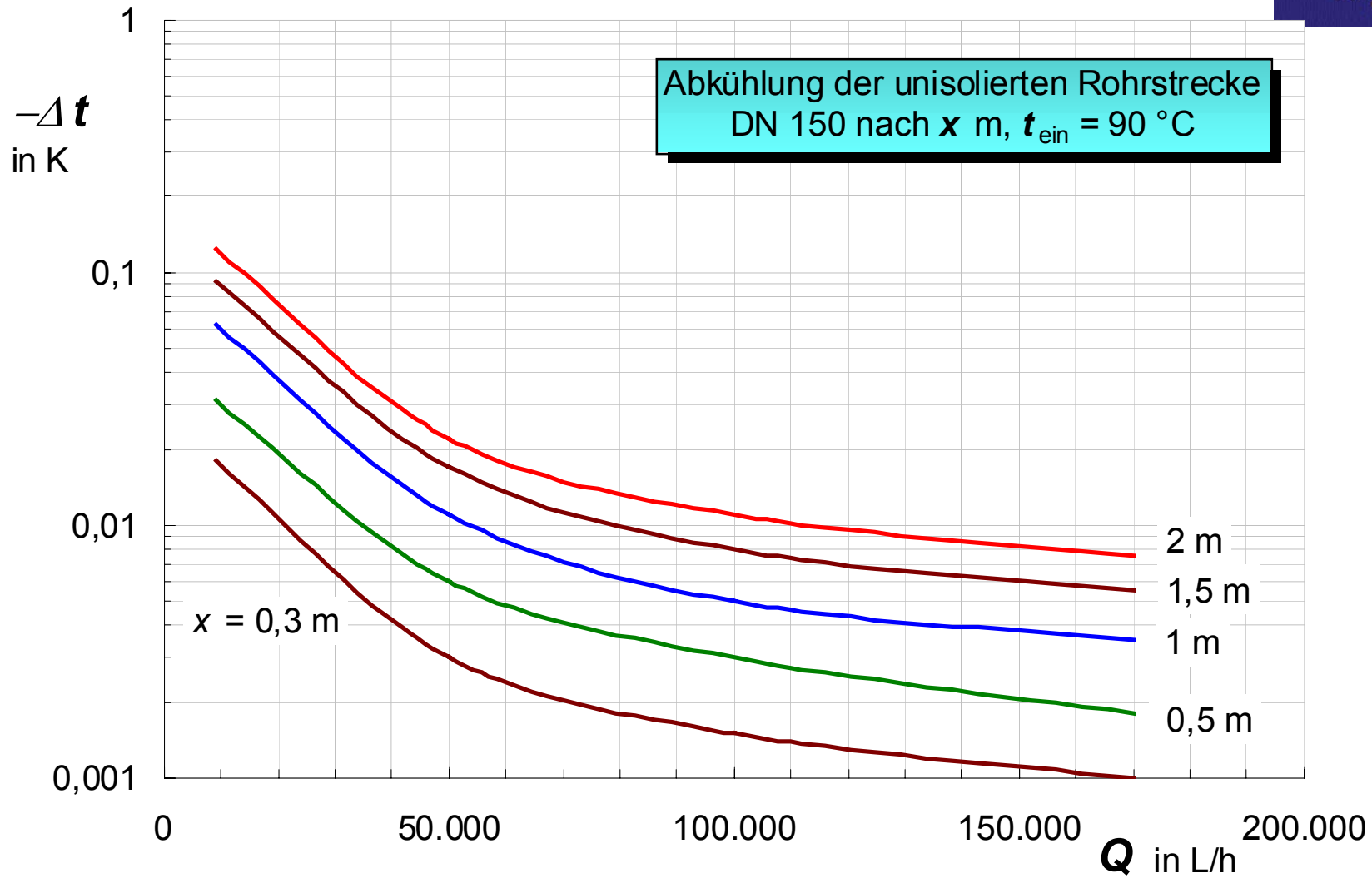
# Abkühlung des Rohrleitungssystems – DN 20





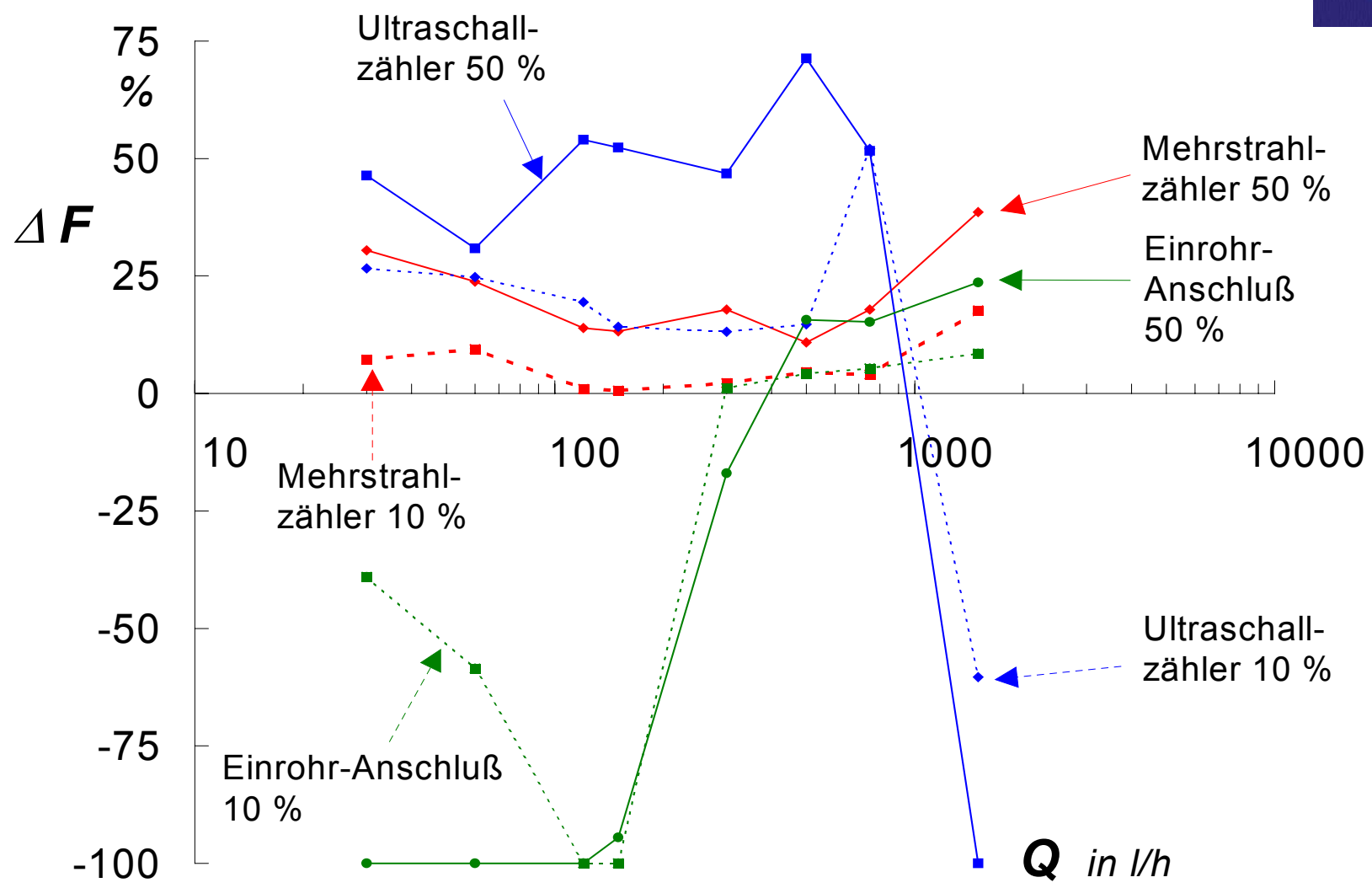


# Abkühlung des Rohrleitungssystems - 3





# Luft in Rohrleitungen - Erfahrungen



## Luft in Rohrleitungen - Varianzen

Prinzipiell: Wird Luftanteil  $V_L$  mitgeführt →

$$u_L^2 = \frac{1}{3} \left( \frac{V_L}{V_N} \right)^2$$

Konkret: Luft in toten Ecken etc. → Luft (als Gas) wird komprimiert (z.B. Start-Stopp-Betrieb):

$$u_{L1}^2 = \frac{1}{3} \frac{\left[ V_L \left( 1 - \frac{p_1}{p_2} \right) \right]^2}{V_N^2}$$

Erfährt Luft Temperaturänderungen  $\Delta t$  → Boyle-Mariotte:

$$\Delta V_L = \frac{1}{273} \Delta t V_L$$

→

$$u_{L2}^2 = \frac{1}{3} 1,34 \cdot 10^{-5} \Delta t^2 \left( \frac{V_L}{V_N} \right)^2$$

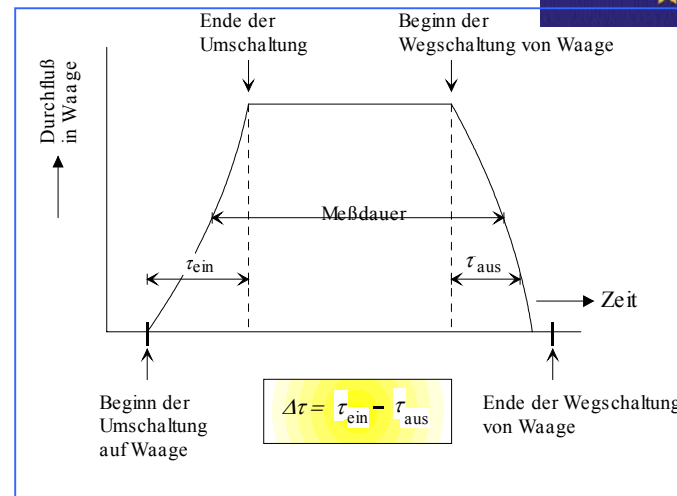
# Umschaltvorrichtung (Diverter)

Einfluss des nichtregistrierten Volumens  $\Delta V_u \rightarrow$  Minimum

$$u_u^2 = \frac{1}{3} \frac{\Delta V_u^2}{V_N^2}$$

## Messwerte

<i>Kleiner Divertor</i>		<i>Großer Divertor</i>	
$Q$ in L/h	$\Delta\tau$ in ms	$Q$ in L/h	$\Delta\tau$ in ms
120	30,4	7500	10,7
240	-14,5	10000	11,8
500	-4,5	15000	11,6
1000	-2	20000	3,3
1500	-1,5	50000	1,7
2000	-1,9	100000	0,6
3000	-3,2	150000	-6,4



## Großer Divertor





## Unsicherheitsbeitrag der Feuchtemessung

$u^2(f)$  ist die exp. festgestellte **Messunsicherheit des Feuchtesensors** →

$$\frac{u^2(W_P)}{W_P^2} \approx 2 \cdot 10^{-6} \left[ 2 \left( \frac{V_B}{V_N} \right)^2 + 1 \right] u^2(f)$$

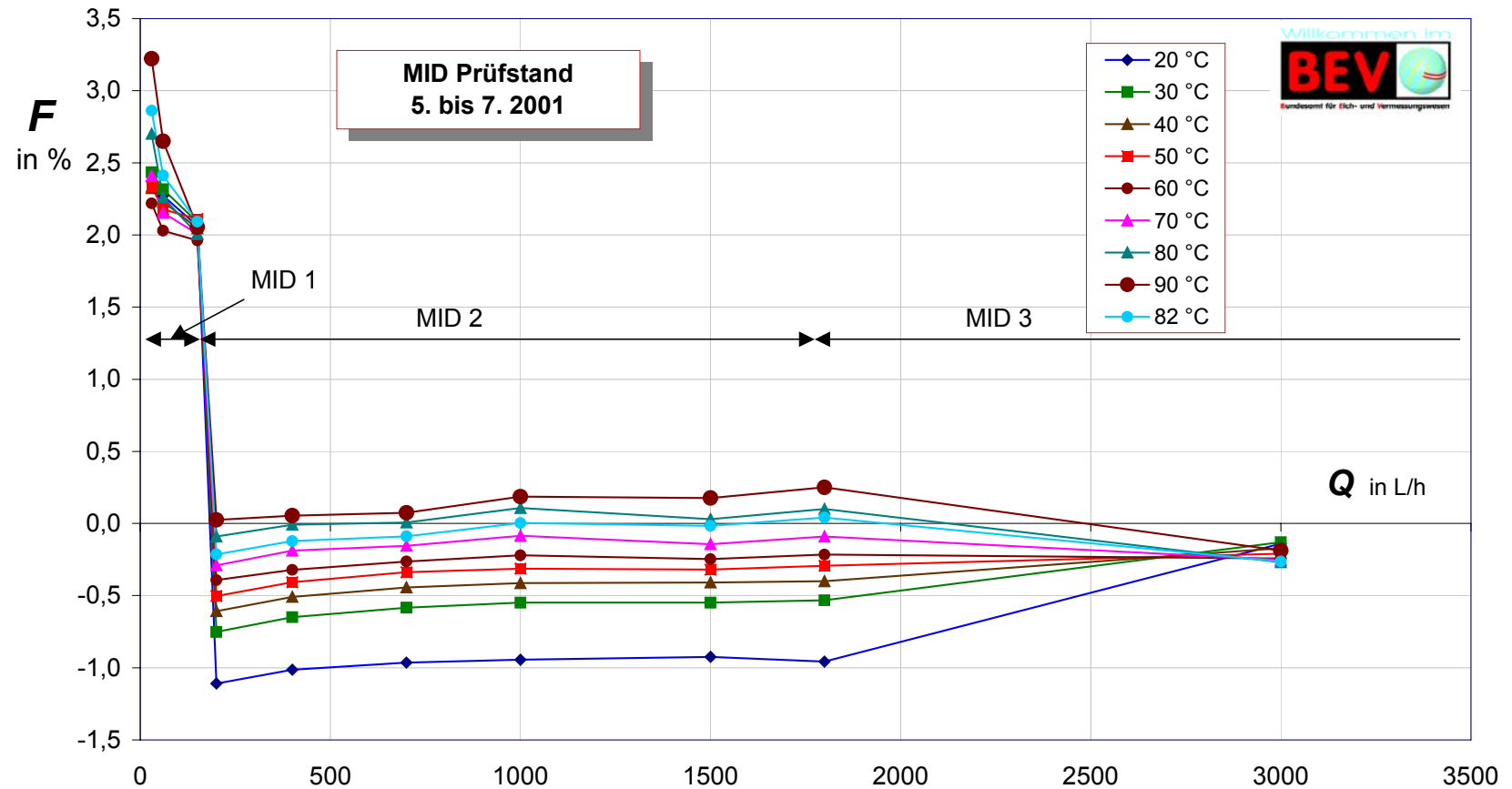
$W_P$  ist der Wägewert

Resultat: Der Einfluss des Varianzbeitrages der Feuchtemessung hängt ab:

- ✿ von der Messunsicherheit des Feuchtesensors und
- ✿ vom Füllgrad des Behälters: Volumen des Behälters  $V_B$ /Prüfvolumen  $V_N$

# Masterzähler - MID

- ◆ Wichtig: **Kurzzeitstabilität**
- ◆ verschwindende **Temperaturabhängigkeit**



## Durchflussschwankungen

Entscheidend ist:

$$\varepsilon = \frac{\partial F}{\partial Q}$$

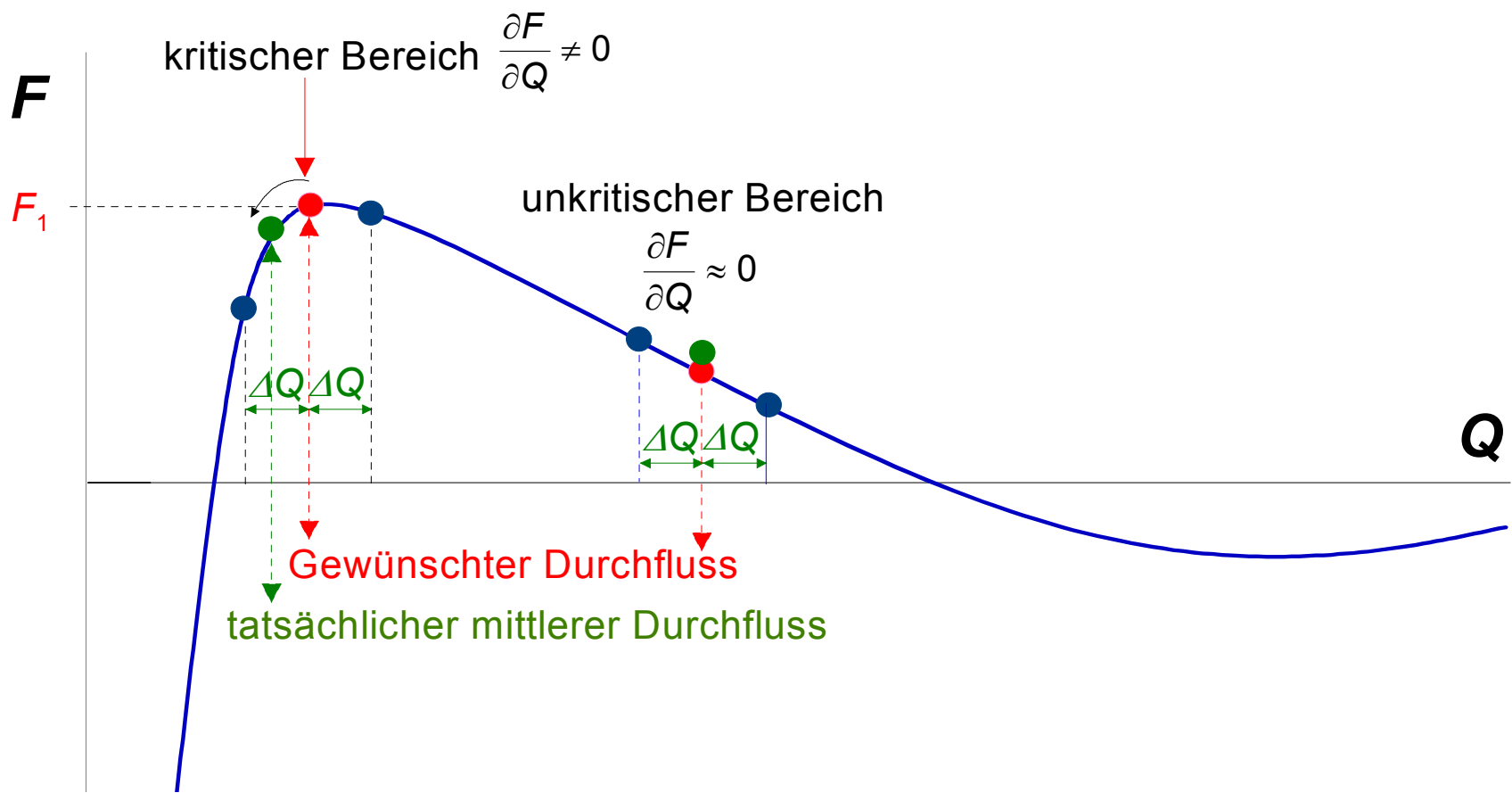
Ist Fehlerkurve linear  $\Rightarrow$  Einfluss der Mittelung verschwindet

Erst wenn  $(\partial F/\partial Q) = f(Q) \Rightarrow$  Einfluss merkbar

Vorgangsweise: Vorerst analytischen Wert für  $F(Q)$  finden

$\rightarrow$  anschließend  $u^2(\Delta Q) \rightarrow$  Beispiel

**Zum Dynamikfehler: Annahme  $\Delta Q \neq 0$**





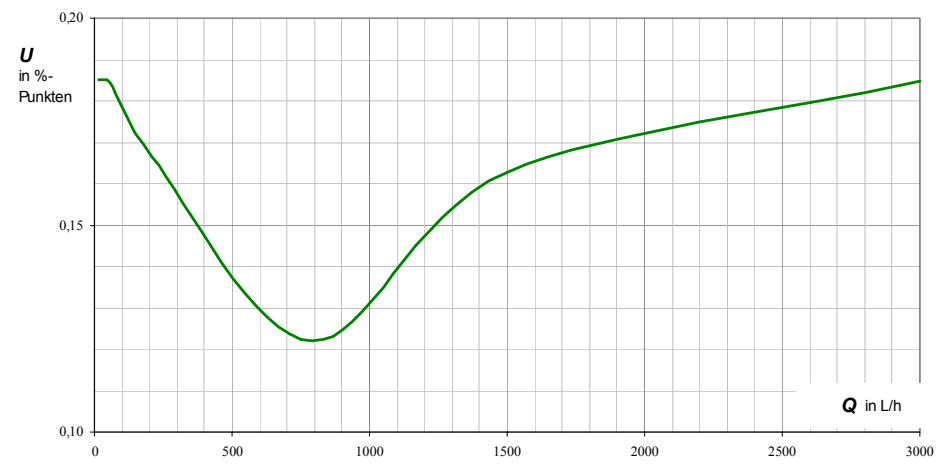
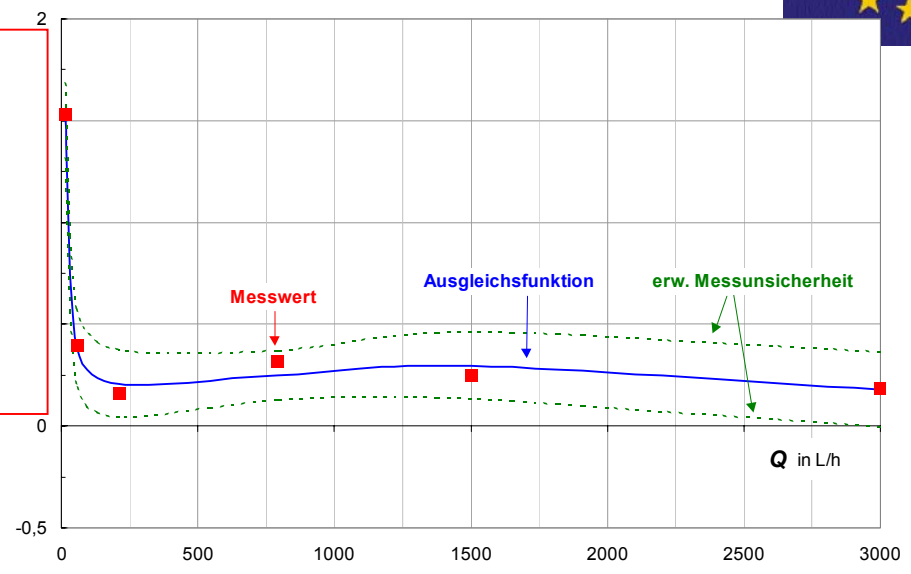
# Ermittlung der Fehlerkurve eines Messgerätes - 1

- Vorgangsweise:**
- Fehlergleichung aufstellen
  - Koeffizienten berechnen
  - Unsicherheit der Koeffizienten
  - Erweiterte Messunsicherheit

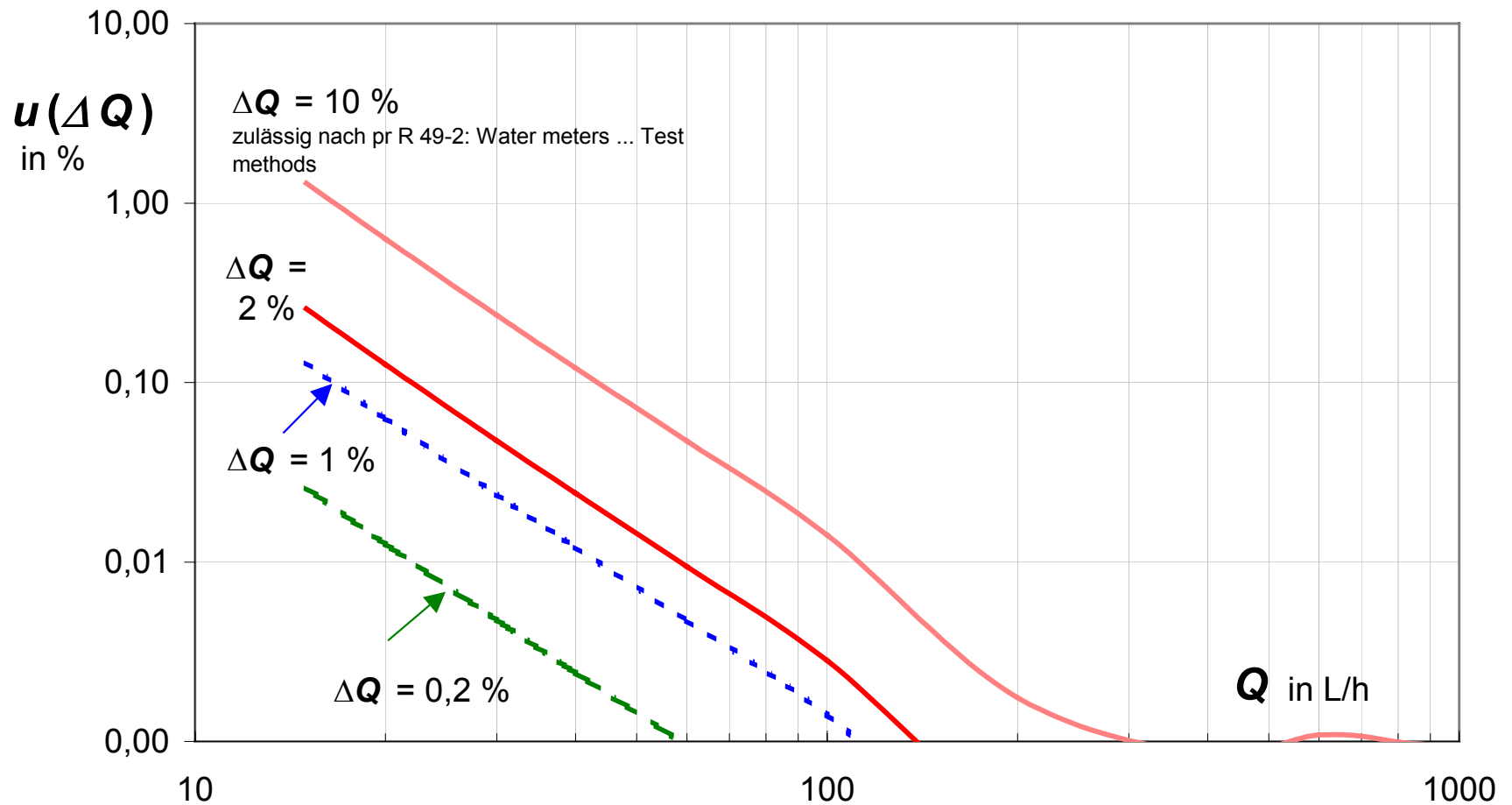
$$F(Q) = a_0 + a_1 Q + a_2 Q^2 + a_3 Q^{-1} + a_4 Q^{-2}$$

$a_0 =$	$9,32 \cdot 10^{-2}$
$a_1 =$	$2,295 \cdot 10^{-4}$
$a_2 =$	$-6,741 \cdot 10^{-8}$
$a_3 =$	14,00
$a_4 =$	112,9

$$u_c^2 = \sum_{i=0}^4 \left( \frac{\partial F}{\partial a_i} \right)^2 u^2(a_i)$$



# Durchflussschwankungen und Messunsicherheit



## Start-Stopp-Betrieb - 1

Angewendet bei Zählern ohne Ausgangsimpulse → meist Hauswasserzähler

Ergebnis an einem Flügelradzähler

$Q$ [L/h]	$V$ [L]	$x_{0,ss} - x_{0,f}$ [%]	$\Delta u_{ss,f}$
1500	50	0,13	0,033
1500	100	0,16	0,028
1500	200	0,09	0,006
1500	500	0,08	0,002
1500	1000	0,08	0,005

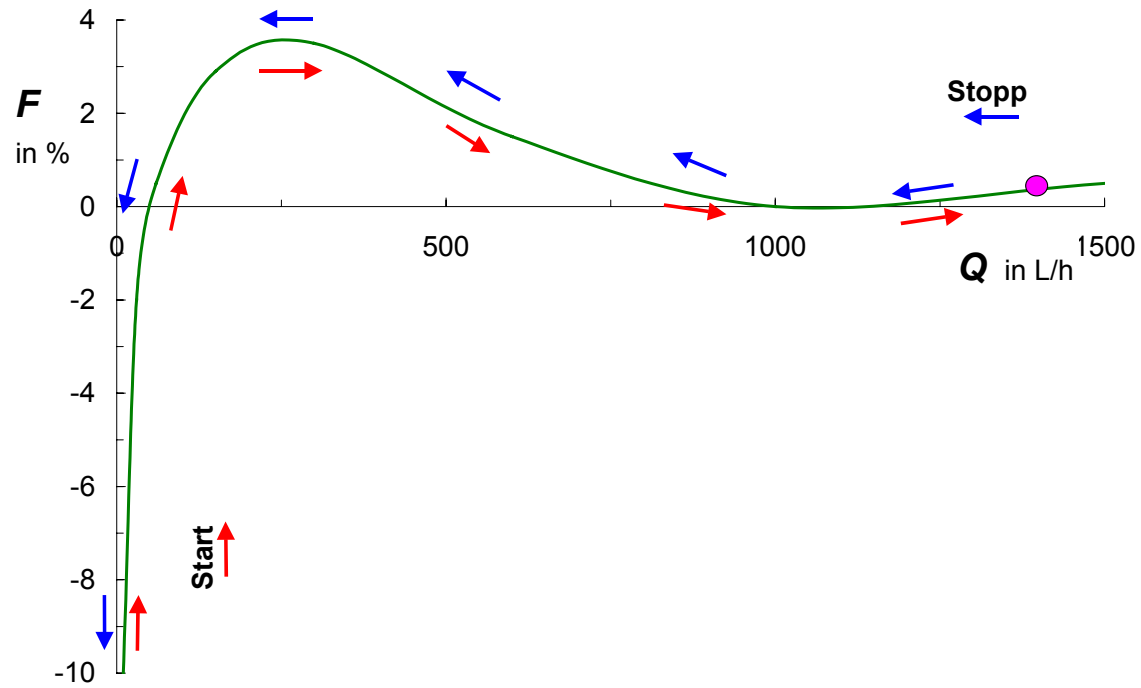
$x_{0,f}$  ... Anzeige bei fliegendem Betrieb (Mittelwert aus mehreren Messungen)

$x_{0,ss}$  ... Anzeige bei Start-Stopp-Betrieb (Mittelwert aus mehreren Messungen)

$\Delta u_{ss,f}$  ... Varianzbeitrag

# Start-Stopp-Betrieb - 2

Systematischer Effekt: Bei Start-Stopp-Betrieb wird die Fehlerkurve zweimal mit unterschiedlicher Geschwindigkeit durchfahren → Mittelwertbildung über Zeitverlauf



Typischer systematischer Effekt: - 0,1 % (gemessen) → Varianzbeitrag



# Expanded uncertainty

## Fliegender Betrieb mit Waage; Zählerimpulse synchronisiert

$Q_n$ in m <sup>3</sup> /h	150	Grüne Bereiche: Werte eingeben					
Wassertemperatur [°C]	40						
Umgebungstemperatur [°C]	25						
Luftdruck [mbar]:	1.000						
Durchfluss [l/h]	170000	150000	100000	50000	25000	15000	9000
Prüfvolumen $V_p$ [L]	2800	2800	2800	2800	2800	2800	2800
ausgewählte Waage	3000	3000	3000	3000	3000	3000	3000
Prüfzeit [s]	59	67	101	202	403	672	1120
Ausgangsimpulse des Prüflings [Impulse/L]	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0
Ausgangsimpulse des Masterzählers [Impulse/L]	10	10	10	10	10	100	100
Wiederholbarkeit des Prüflings $u(x_i)$ [%]	0,011	0,029	0,033	0,022	0,033	0,045	0,045
Rohrvolumen zwischen Prüfling und Masterzähler [L]	56	56	56	56	56	56	56
Luftanteil im Wasser [L]	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3
Abkühlung der Luftblase [K]	5	5	5	5	5	5	5
Messunsicherheit der Temperatur für die Dichte- und Auftriebskorrektur [K]	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10
Temperaturunterschied zwischen Prüfling und Masterzähler [°C]	0,10	0,10	0,11	0,14	0,16	0,18	0,21
Zahl der Wiederholmessungen	10	10	10	10	10	10	10
absolute Luftfeuchte [g/m <sup>3</sup> ] bei der Temperatur des Wassers	51,1	51,1	51,1	51,1	51,1	51,1	51,1
absolute Luftfeuchte [g/m <sup>3</sup> ] bei Umgebungstemperatur	23,1	23,1	23,1	23,1	23,1	23,1	23,1
Verdampfungs-Luftstrom [g]	78	78	78	78	78	78	78
Umschaltzeit des Diverters [ms]	-6,4	-6,4	0,6	1,7	3,3	11,6	11,8



## Berechnung der Erw. Messunsicherheit – Ergebnisse

Auflösung des Prüflings: $u^2_A$	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Auflösung des Masterzählers: $u^2_{MZ}$	4,25E-10	4,25E-10	4,25E-10	4,25E-10	4,25E-10	4,25E-12	4,25E-12
Waage $u_w^2$	8,40E-10	8,40E-10	8,40E-10	8,40E-10	8,40E-10	8,40E-10	8,40E-10
Langzeitstabilität der Waage: $u_{w,LT}^2$	5,00E-09	5,00E-09	5,00E-09	5,00E-09	5,00E-09	5,00E-09	5,00E-09
Dichte und Auftriebskorrektur 1: temperature $u_{D,A1}^2$	1,51E-09	1,51E-09	1,51E-09	1,51E-09	1,51E-09	1,51E-09	1,51E-09
Dichte und Auftriebskorrektur 2: density $u_{D,A2}^2$	4,10E-10	4,10E-10	4,10E-10	4,10E-10	4,10E-10	4,10E-10	4,10E-10
Temperaturabfall zwischen Prüfling und Masterzähler: $u_{TA}^2$	3,23E-13	3,44E-13	4,21E-13	5,95E-13	8,41E-13	1,09E-12	1,40E-12
Gelöste Luft im Rohr (1): $u_{LT}^2$ (nur für Start-Stopp-Betrieb)	0E+00	0E+00	0E+00	0E+00	0E+00	0E+00	0E+00
Gelöste Luft im Rohr (2): $u_{L2}^2$	1,28E-12	1,28E-12	1,28E-12	1,28E-12	1,28E-12	1,28E-12	1,28E-12
Diverter: $u_u^2$	3,88E-09	3,02E-09	1,18E-11	2,37E-11	2,23E-11	9,93E-11	3,70E-11
Feuchtigkeitseffekte: $u_f^2$	1,68E-11	8,42E-10	8,42E-10	8,42E-10	8,42E-10	8,42E-10	8,42E-10
Wiederholbarkeit des Prüflings: $u^2(x_i)$	1,21E-08	8,21E-08	1,09E-07	4,64E-08	1,06E-07	2,02E-07	2,00E-07
Kombinierte Varianz: $u_c^2$	2,42E-08	9,41E-08	1,18E-07	5,54E-08	1,15E-07	2,11E-07	2,08E-07
<b>Erweiterte Messunsicherheit U: [%] für k = 2</b>	<b>0,031</b>	<b>0,061</b>	<b>0,069</b>	<b>0,047</b>	<b>0,068</b>	<b>0,092</b>	<b>0,091</b>
$\nu_{eff}$	19,09	11,64	10,48	12,36	10,52	9,77	9,78
$k_{eff}$	2,11	2,24	2,28	2,21	2,28	2,31	2,31
<b>Erweiterte Messunsicherheit: <math>U_{eff}</math> [%]</b>	<b>0,033</b>	<b>0,069</b>	<b>0,078</b>	<b>0,052</b>	<b>0,077</b>	<b>0,106</b>	<b>0,106</b>
Kombinierte Varianz: $u_c^2$ ohne Wiederholbarkeit des Prüflings	1,21E-08	1,21E-08	9,04E-09	9,05E-09	9,05E-09	8,71E-09	8,64E-09
<b>Erweiterte Messunsicherheit U: [%] für k = 2</b>	<b>0,022</b>	<b>0,022</b>	<b>0,019</b>	<b>0,019</b>	<b>0,019</b>	<b>0,019</b>	<b>0,019</b>
$\nu_{eff}$	10,16	11,71	8,74	8,76	8,76	8,16	8,04
$k_{eff}$	2,29	2,23	2,37	2,37	2,37	2,42	2,43
<b>Erweiterte Messunsicherheit <math>U_{eff}</math> ohne Wiederholbarkeit des Prüflings</b>	<b>0,025</b>	<b>0,025</b>	<b>0,023</b>	<b>0,023</b>	<b>0,023</b>	<b>0,023</b>	<b>0,023</b>