

Überlegungen zur Referenzwertermittlung bei Ringvergleichen

- Die grundlegenden Ideen und Voraussetzungen für diesen Vortrag sind 2013 entstanden im Rahmen eines europäischen Ringvergleiches ausgerichtet durch den AGFW.
- Die PTB als „geborenes“ Referenzlabor war damals wegen Um- bzw. Neubau des erforderlichen Prüfstandes nicht messfähig.
- Auf Basis der Ausarbeitungen von /M.G. Cox/ veröffentlicht in ‚Metrologia‘ 2002, 39, 589-595 wurde bei der PTB im Fachbereich 7.6 Wärme in einer Arbeitsgruppe unter Leitung von Herrn Cordova ein Verfahren entwickelt, das den Referenzwert (je Prüfpunkt) für einen Ringvergleich ohne Referenzlabor berechnet.
- Dieses Verfahren wurde mit Erfolg angewendet und wird nachfolgend vorgestellt.

Reiner Schupp

Prüfstellenleiter KNW1 (ehem.)

Geschäftsführer (ehem.)

- MID-Cert Gesellschaft für Zertifizierung GmbH
- Benannte Stelle NB 2111 für Modul F für Wärmezähler
- Daniel-Eckhardt-Straße 66
- 45365 Essen

Tel.: 02801 / 70562-0

eMail: r.schupp@t-online.de

Überlegungen zur Referenzwertermittlung bei Ringvergleichen

Inhaltsverzeichnis:

- Was sind Ringvergleiche – wozu dienen sie
- Welchen Schwerpunkt hat dieser Vortrag
- Arten von Referenzwerterfassungen – Vor/Nachteile
- Berechnung des gewichteten Mittelwertes
- Kontrolle des gewichteten Mittelwertes
- Beurteilung des Ringvergleiches

Überlegungen zur Referenzwertermittlung bei Ringvergleichen

Was sind Ringvergleiche – wozu dienen sie

- Sie stellen eine Eignungsprüfung für Prüfstände dar und sind verpflichtender Teil
 - eichamtlicher Kontrolle
 - von QM-Systemen (z.B. DIN/EN 17025)
- Ringvergleiche dienen der Überprüfung und dem Vergleich der Skale
- Welche Skalen werden verglichen?
 - Skalen teilnehmender Prüfstände untereinander?
 - Skalen gegen eine Masterskala?
 - gibt es den korrekten Skalenwert überhaupt?
- Ein Ringvergleich benötigt ein Pilotlabor
 - unternimmt Driftmessungen an den TransfERNormalen durch eine Start- und Abschlussmessung um Laboreigendrift und Drift der Normalgeräte nicht in die Auswertung zu schleppen
 - evt. Transfergerätedrift kann systematisch am Ende des RV berücksichtigt werden
- Ein Ringversuch benötigt ggf. ein Referenzlabor
 - Ein Referenzlabor, üblicherweise ein Staatsinstitut (NMI) stellt den konventionell richtigen Wert möglichst nahe dem SI
 - Referenzlabor und Pilotlabor können identisch sein
 - Was ist, wenn ein Referenzlabor mit ausreichend geringer Messunsicherheit nicht zur Verfügung steht, oder nicht als solches verwendet werden soll?

Überlegungen zur Referenzwertermittlung bei Ringvergleichen

Welchen Schwerpunkt hat dieser Vortrag

- Der Vortrag beschäftigt sich mit der Bestimmung eines Referenzwertes als **konventionell richtiger Werte (vereinbarter Wert)** in größtmöglicher Nähe zum prinzipiell unbekannten **konventionell wahren Wert**
- Der Vortrag beschäftigt sich nicht mit der Auswertung von Ringvergleichen

(s. hierzu beispielsweise Vortrag von H. Dr. Mathies EMATEM 2024)

„AGFW-Ringversuch Durchflusssensoren 2023 in staatlich
anerkannten Prüfstellen für Wärme“

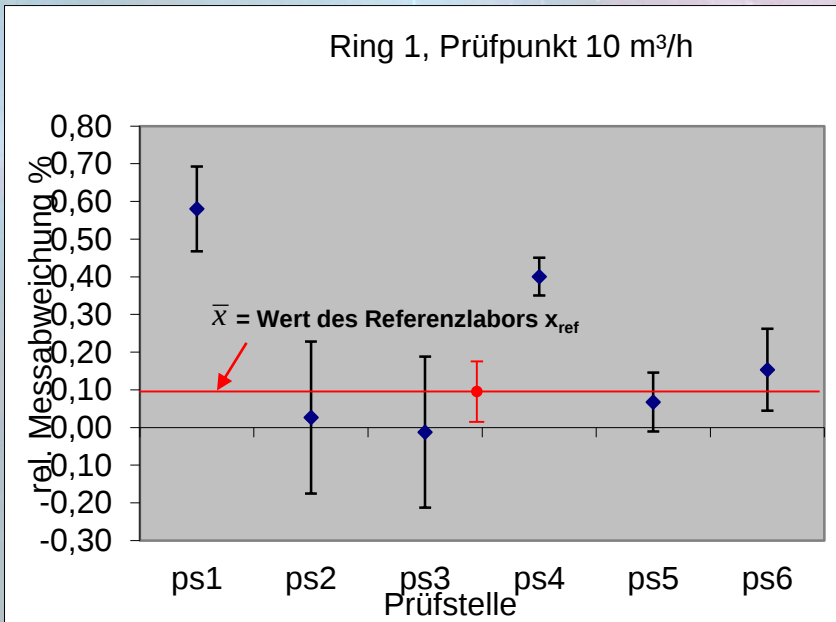
Überlegungen zur Referenzwertermittlung bei Ringvergleichen

Arten von Referenzwerterfassungen

1. Verwendung eines Referenzlabors mit (möglichst) kleiner Messunsicherheit

Das Messergebnis des Referenzlabors stellt per Definition den konventionell richtigen (vereinbarten Wert) dar und gilt als frei von Messunsicherheiten

Echte Messwerte eines Ringvergleiches von 2013



aber:

auch das Referenzlabor hat eine Messunsicherheit.

Dies kann dazu führen, dass die Messergebnisse der i-Labore die vom Labor angegebene Unsicherheit von $\pm 2\sigma_i$ zum Referenzwert in einer anderen Zusammenstellung einhalten, oder auch nicht.

Es ist leicht einsichtig, dass hier Labore vorhanden sind (ps1 und ps4), die unerkannte systematische Messabweichungen haben. Ein χ^2 – Test würde sicherlich nachweisen, dass die Messwerte dieses Durchganges nicht normalverteilt sind.

Was wäre, wenn ps4 Referenzlabor gewesen wäre?

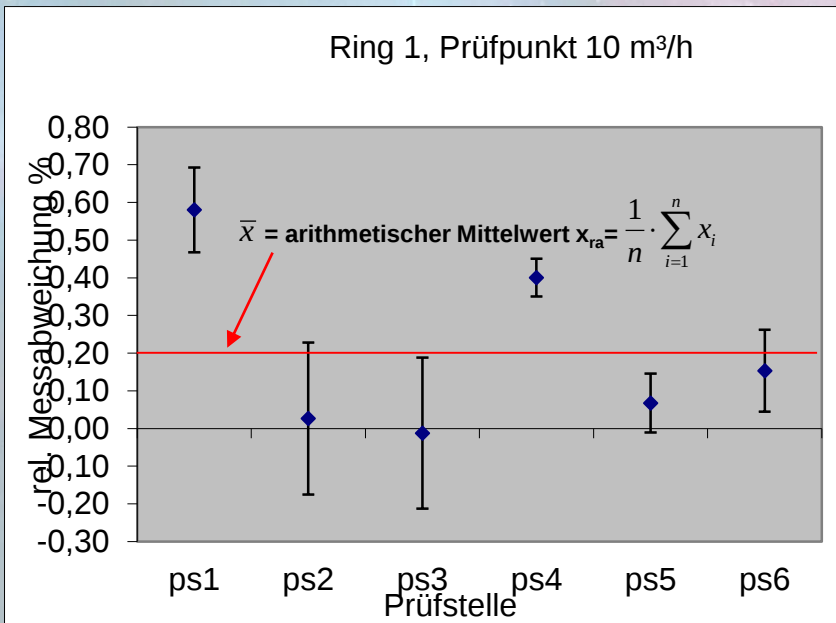
Überlegungen zur Referenzwertermittlung bei Ringvergleichen

Arten von Referenzwerterfassungen

2. Bildung des arithmetischen Mittelwertes

Der vereinbarte Wert ist hier der arithmetische Mittelwert aller teilnehmenden Labore

Echte Messwerte eines Ringvergleiches von 2013



Alle Labore werden bei der Mittelwertbildung gleichbetrachtet, ohne Berücksichtigung ihrer individuellen Messunsicherheiten

Labore die mit erheblichen finanziellen und personellen Aufwendungen nachweislich kleinere Messunsicherheiten generieren, werden gleichbehandelt wie Labore, die so eben noch das gesetzliche Minimal-Ziel von 1/5 MPE einhalten

aber:

Labore mit unerkannten systematischen Messabweichungen verfälschen den Referenzwert und damit die Auswertungsqualität des Ringvergleiches

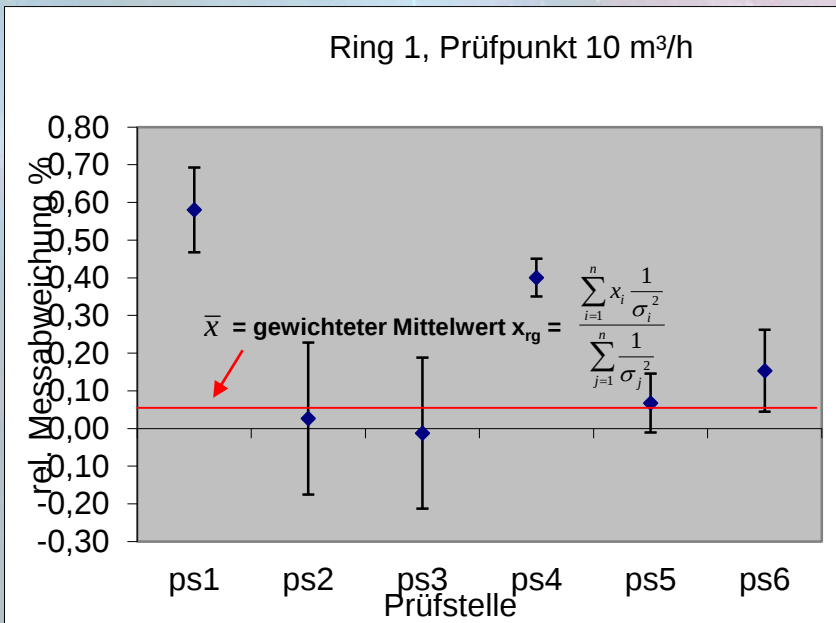
Überlegungen zur Referenzwertermittlung bei Ringvergleichen

Arten von Referenzwerterfassungen

3. Bildung gewichteten Mittelwertes unter Berücksichtigung des χ^2 – Anpassungstestes

Der vereinbarte Wert ist hier ein mit den individuellen Messunsicherheiten der teilnehmenden Labore gewichteter Mittelwert.

Echte Messwerte eines Ringvergleiches von 2013



Der „gewichtete Mittelwert x_{rg} “ wird (mit Konsistenzcheck) aus den Prüfstellenergebnissen mit zugeordneten Messunsicherheiten abgeleitet

Suchansatz: Zum Stand der Technik sollten alle teilnehmende Prüfstellen einer Gesamt-Normalverteilung angehören, was zu untersuchen ist. Prüfmittel ist der robuste und etablierte χ^2 -Anpassungstest.

Überlegungen zur Referenzwertermittlung bei Ringvergleichen

Berechnung des gewichteten Mittelwertes

Zur Ermittlung des gewichteten Mittelwertes $\bar{x} = x_{rg}$ werden zwei **Gütefaktoren** angewendet:

Auf lokaler Ebene (laborspezifische Abweichung):

$$|\bar{x} - x_i| \leq 2 \cdot \sigma_i \rightarrow g_{ps\ i} = \left| \frac{\bar{x} - x_i}{\sigma_i} \right| \leq 2 \text{ mit } \bar{x} = x_{rg} \text{ zunächst unbekannt}$$

Quantifiziert die Güte des Messergebnisses eines Prüfstandes
wenn dies zutrifft, misst auch die i-te Prüfstelle richtig

Auf globaler Ebene (ringvergleichsweit): Analog zur Varianzkettenbildung

$$G = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\bar{x} - x_i}{\sigma_i} \right)^2 = \chi^2_{obs} = g^2_{ps1} + g^2_{ps2} + \dots + g^2_{psn}$$

Quantifiziert die Güte des Gesamtergebnisses für einen Punkt

χ^2 ist Indikator für die Güte der Gesamtverteilung,

Überlegungen zur Referenzwertermittlung bei Ringvergleichen

Berechnung des gewichteten Mittelwertes

Die maximale Güte der Verteilung wird bei minimalem χ^2 erreicht

Das minimale χ^2 wird bestimmt durch die 1. Ableitung = 0 der Funktion χ^2_{obs} differenziert nach $\bar{X}$

$$\frac{d}{d\bar{X}} \chi^2_{\text{obs}} = \frac{d}{d\bar{X}} \left[\sum_{i=1}^n \left(\frac{\bar{X} - x_i}{\sigma_i} \right)^2 \right] = 0 = \sum_{i=1}^n 2 \cdot \left(\frac{\bar{X} - x_i}{\sigma_i} \right) \frac{1}{\sigma_i} = 2 \cdot \left(\frac{\bar{X} - x_1}{\sigma_1^2} \right) + 2 \cdot \left(\frac{\bar{X} - x_2}{\sigma_2^2} \right) + \dots + 2 \cdot \left(\frac{\bar{X} - x_n}{\sigma_n^2} \right)$$

umgestellt nach nach $\bar{X}$

$$\bar{X} = \frac{x_1 \frac{1}{\sigma_1} + x_2 \frac{1}{\sigma_2} + \dots + x_n \frac{1}{\sigma_n}}{\frac{1}{\sigma_1^2} + \frac{1}{\sigma_2^2} + \dots + \frac{1}{\sigma_n^2}} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i \frac{1}{\sigma_i^2}}{\sum_{j=1}^n \frac{1}{\sigma_j^2}} = x_{rg}$$

Damit ist $\bar{X} = x_{rg}$ der mit den Messunsicherheiten gewichtete Mittelwert (Zitat: /Cox/)

$\bar{X}$ eingesetzt in die Gütegleichung ergibt den minimalen χ^2_{obs} - Wert für diesen Prüfpunkt

Überlegungen zur Referenzwertermittlung bei Ringvergleichen

Kontrolle des gewichteten Mittelwertes

Der χ^2 -Wert besitzt eine bekannte positive Wahrscheinlichkeitsverteilung:

- Sie sinkt, wenn der χ^2 -Wert wächst.
- Wird in Abhängigkeit von der Anzahl der Freiheitsgrade (Prüfstellenanzahl -1) eine bestimmte kritische Größe für χ^2 überschritten, ist die Signifikanz (systematisch) nicht ausreichend als Nachweis für die Konsistenz der Prüfstellenergebnisse.
- Signifikanz bei 0,05 (Grenzkriterium) $\approx$ 95 % Annahmewahrscheinlichkeit des gesamten Tests, aller Prüfstellenergebnisse lassen eine Normalverteilung vermuten

Kritische χ^2 -Werte sind z.B. für:

- 3 Prüfstellen	5,991	- 4 Prüfstellen	7,815
- 5 Prüfstellen	9,488	- 6 Prüfstellen	11,070
- 7 Prüfstellen	12,592	- 8 Prüfstellen	14,067

**Über die „laborspezifische Abweichung kann geprüft werden,
welche der Prüfstellenergebnisse auffällig sind:**

$$g_{ps\ i} = \left| \frac{\bar{x} - x_i}{\sigma_i} \right| \quad \begin{array}{ll} \leq 2 & \text{laborspezifische Abweichung korrekt (Messwerte normalverteilt)} \\ > 2 & \text{laborspezifische Abweichung zu groß (Messwerte nicht normalverteilt)} \end{array}$$

- Das Labor mit einem $g_{ps\ i}$ -Wert > 2 fällt aus dem „Mittelwert-Suchansatz“ heraus (Trotzdem nimmt es an der Ringvergleichsauswertung teil, sein $g_{ps\ i}$ ist also zu groß)
- Dann wird die Suche nach einem neuen „MW aller Labore“ als neuer Prozess nunmehr (n-1)-Laboren erneut gestartet
- Durch den „gewichteten Mittelwert“ aus den Ergebnissen aller Prüfstellen ist es möglich, die Ausreißer für das Grenzkriterium „5%“ zu erkennen und zu eliminieren

Überlegungen zur Referenzwertermittlung bei Ringvergleichen

Beurteilung des Ringvergleiches

Jeder Teilnehmer wird mit folgender Zahl beurteilt:

$$d_i = \left| \frac{\bar{x} - x_i}{\sigma} \right|$$

- d_i normierte Beurteilungszahl
- x_i ist das Ergebnis eines Prüfstandes bei einem Durchfluss
- $\bar{x}$ gilt als konventionell richtiger (vereinbarter) Wert (gleich welcher Erfassungsmethode)
- 2σ wird als 1/5 MPE definiert

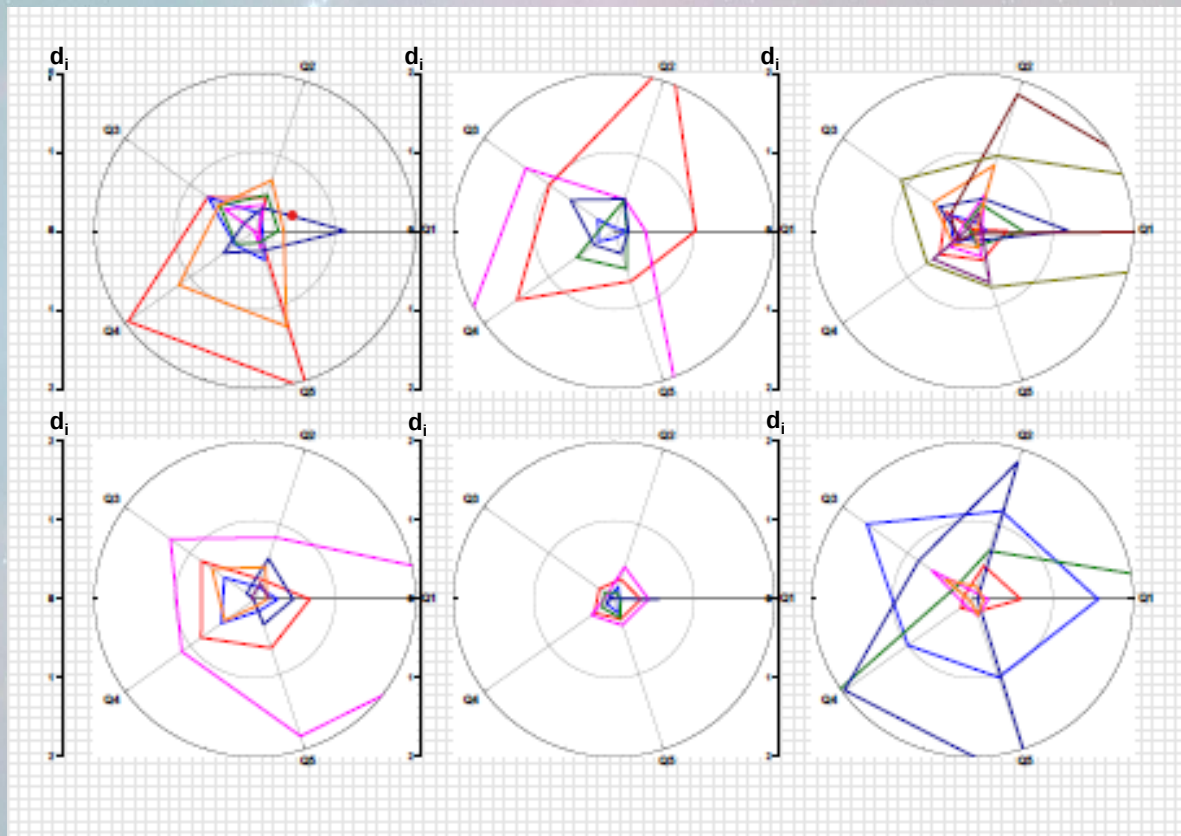
Bewertung:

- bei $d_i > 2$ ist das Ergebnis nicht zufriedenstellend
- bei $d_i < 2$ ist das Ergebnis zufriedenstellend
- ein Ergebnis $d_i \approx 1$ wird erwartet

Überlegungen zur Referenzwertermittlung bei Ringvergleichen

Beurteilung des Ringvergleiches

Zusammenfassung der Ergebnisse der Ringe 1-6 des Ringvergleichs aus 2013



Überlegungen zur Referenzwertermittlung bei Ringvergleichen

**Ein Ringvergleich sollte nach wissenschaftlichen Kriterien
vorbereitet und ausgewertet werden**

**Die Messunsicherheiten der teilnehmenden Labore müssen
gewissenhaft bestimmt und validiert sein**

**Eine genaue Kenntnis der Randbedingungen, die Auswahl des
Pilotlabors und ggf. des Referenzlabors sowie das zu
verwendende Auswerteverfahren sind von entscheidender
Bedeutung**

Reiner Schupp

Prüfstellenleiter KNW1 (ehem.)

Geschäftsführer (ehem.)

- MID-Cert Gesellschaft für Zertifizierung GmbH
- Benannte Stelle NB 2111 für Modul F für Wärmezähler
- Daniel-Eckhardt-Straße 66
- 45365 Essen

Tel.: 02801 / 70562-0

eMail: r.schupp@t-online.de

